

Kædereaktion

Jacob Nielsen¹

Fissionens opdagelse

I de sidste måneder af 1938 påviste Otto Hahn og Fritz Strassmann på Kaiser Wilhelm Institutene, at der blandt andet dannes barium, når uran beskydes med neutroner. I deres artikel i *Naturwissenschaften*² skriver Hahn og Strassmann, at de ud fra de kemiske analyser ser sig nødsaget til at konkludere, at det dannede stof er barium, selv om det strider mod, hvad man skulle forvente ud fra en kernefysisk betragtning. Inden denne artikel kom på gaden, havde denne nyhed imidlertid spredt sig, og utallige fysikere havde "smidt alt, hvad de havde i hænderne", og var gået i gang med at undersøge det nyopdagede fænomen. De første til at give en kernefysisk fortolkning af observationen af barium var Otto Frisch og Lise Meitner i en artikel i *Nature*³ januar 1939. I denne artikel døbte de fænomenet fission efter inspiration fra biologien, hvor dette ord bruges om celledeling. Det var nu klart, at urankerner kunne deles under frigivelse af en energi på cirka 200 MeV. Man øjnede en voldsom energikilde, men det var langt fra sikkert, at det var muligt at udnytte denne energi i praksis. Det stod klart, at der ikke foregår en kædereaktion i naturligt forekommende uran - i så fald kunne der ikke findes uran på metalform. Men ville det være muligt kunstigt at skabe betingelser for en kædereaktion?

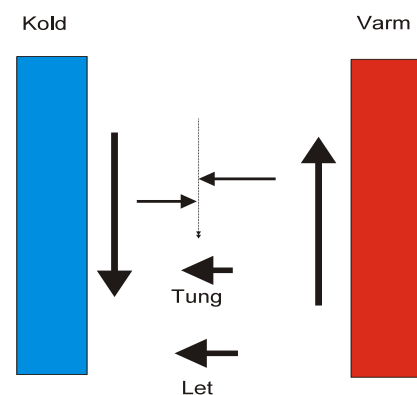
Allerede i Marts samme år har Halban, Joliot og Kowarski i Paris påvist, at der udsendes i gennemsnit 3,5 neutroner hver gang en urankerne deles. Fermis gruppe på Columbia University i New York havde også påvist neutronudsendelse, men i gennemsnit mindre end en pr. fission. Fermi havde desuden opdaget, at langsomme neutroner er mest effektive til fremkaldelse af fission. De følgende måneders arbejde med naturligt uran giver imidlertid ikke resultater, der tyder på at en kædereaktion kan realiseres i nær fremtid.

Men i September publicerer Niels Bohr og John A. Wheeler en artikel, hvor de teoretisk forudser, at isotopen U-235 har en langt større fissionssandsynlighed end U-238. Nu tager arbejdet med undersøgelse af fission i U-235 fart og det både i USA, Sovjetunionen, Tyskland, Frankrig og England. På denne tid inddrages England og Frankrig i anden verdenskrig, og snart lukkes der for publikation af artikler om dette emne.

Med Bohr og Wheelers opdagelse bliver det også interessant at arbejde med separation af U-235 og U-238. Separationen kan ikke foregå ad kemisk vej, da de to stoffer næsten er kemisk identiske.

De tyske kemikere Klaus Clusius og Gerhard Dickel havde tidligere anvendt termisk diffusion til separation. Denne metode blev nu taget op af Otto Frisch i Birmingham. Figuren nedenfor viser princippet bag Clusius metode.

De to vandrette pile, der ender ved den lodrette stiplede linje, viser at der er en nettotransport gennem enhver skilleflade. Det skyldes, at molekylernes middelhastighed er størst på den varme side. Endvidere bevæger de lette molekyler sig hurtigst mod den kolde plade og videre nedad. I alt får vi en kold gas beriget med den lette komponent i bunden.



¹Fil:E\Fysik\Manhattan\Kædereaktion 20.wpd

²Naturwissenschaften 27 (1939) pp. 11-15

³Nature 143 (1939) p.239

Kritisk masse

Hvis der i middel udsendes mere end en neutroner ved spaltning af uran, og hvis disse neutroner ikke absorberes men medfører en ny fissionsproces ved passage gennem en uranmasse, er det kun et spørgsmål om at gøre uranmassen tilstrækkelig stor; så vil neutronerne bevirke en ny fission inden de undslipper gennem overfladen.

*Den masse, hvor en fission netop i gennemsnit starter en ny fission kaldes **den kritiske masse**.*

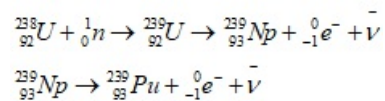
Frischs kollega i Birmingham Rudolf Peierls, der også var flygtning fra nazi-tyskland, udførte beregninger af den kritiske masse af naturligt uran og nåede frem til, at den var adskillige tons. Men beregninger udført i Marts 1940 på baggrund af realistiske antagelser om U-235's endnu ukendte fissionstværsnit viste, at den kritiske masse af rent U-235 er i størrelsesordenen et kilo. Da det endvidere havde vist sig muligt at separere uran med Clusius' metode, stod det nu klart for Frisch og Peirls, at konstruktion af en fissionsbombe sandsynligvis var praktisk muligt. Det var ikke svært for de to flygtninge, at forestille sig, hvilke konsekvenser det ville få, hvis Hitler fik rådighed over en sådan bombe. Der måtte gøres noget!

MAUD

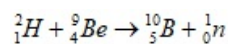
Frisch og Peirls går til Mark Oliphant, der på dette tidspunkt leder fysisk institut på Birmingham universitetet. Oliphant underretter Thomson, der af den britiske regering er sat til at lede uran forskningsprogrammet. Tiende april 1940 holdes det første møde i komiteen for atombombeforskning, der får kodenavnet MAUD. Frisch og Peirls memorandum når senere præsident Roosevelt gennem MAUD og er medvirkende til beslutningen i oktober 1941 om at iværksætte et stort atombombe forskningsprogram. Frisch og Peirls får ikke selv lov til at deltage i MAUD's arbejde på grund af deres tyske herkomst.

Plutoniumvejen

På grund af vanskelighederne med separation af uran var man fra starten interesseret i at finde alternativer. Bohrs og Wheelers teori, som viste at U-235 er langt bedre egnet end U-238 viste også, at Pu-239 kan bringes til spaltning af neutroner. Pu-239 dannes i store mængder i kernereaktorer ved neutronindfangning i U-238 og to efterfølgende betahenfald.



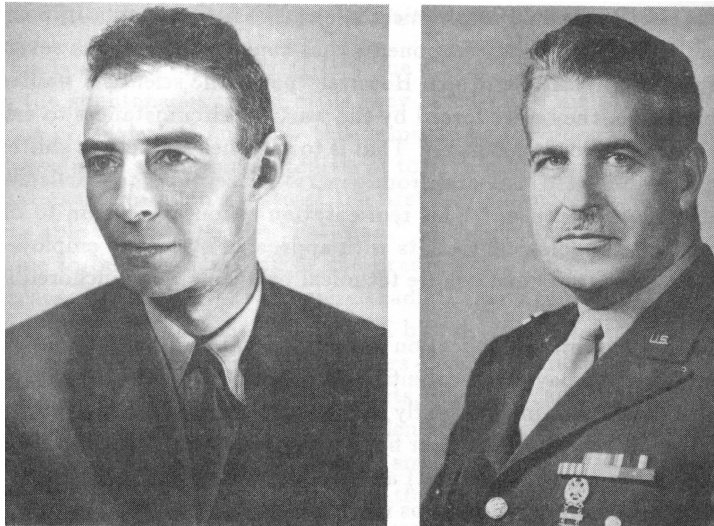
I marts 1941 producerer Seaborg, Kennedy og Segre'en mængde Pu-239 på Berkleys 60-tommer cyclotron. Deuterium -ioner accelereres og skydes mod et beryllium folie, hvilket medfører nedenstående kernereaktion.



Berylliumfoliet er anbragt på en klods uran, hvori der så dannes plutonium. Dette plutonium isoleres nu ad kemisk vej. Nu kan denne plutonium på samme måde anbringes i neutronstrømmen bag et beryllium folie. Hvis Pu spaltes ved neutronbeskydning udsendes der nu nogle meget hurtige neutroner. Disse kan ikke direkte detekteres. I praksis sender man neutronerne gennem parafin, der hovedsagelig består af brint. Neutronerne løsriver protoner, der på grund af deres ladning kan detekteres.

Der blev rent faktisk observeret fission af Pu-239, der derfor blev meget interessant i atombombe-sammenhæng. Hermed bliver det også ekstra interessant at udvikle en kernereaktor, idet Pu kan udvindes af brugte brændselselementer, hvor en del U-238 er omdannet til Pu-239 på grund af den kraftige neutronbestråling. Enrico Fermi ledede arbejdet med udvikling af den første kernereaktor - først på Columbia University og senere i større skala i Chicago. Anden December 1942 passerer Chicago Pile One for første gang det kritiske niveau, hvor hver fission starter en ny fission.

Manhattanprojektet



Til venstre ses Robert Oppenheimer - til højre Lesley Groves.

I Juni 1942 stiftes MED (Manhattan Engineering District) - det der som regelen kaldes Manhattan Projektet. Syttende september udnævnes Leslie Groves til general og militær chef for projektet, og i løbet af de næste to måneder udnævnes Robert Oppenheimer til videnskabelig chef. En lille ensomt beliggende drengeskole "Los Alamos" vælges som hjemsted for det top hemmelige "projekt Y", der har til formål at fremstille en fissionsbombe.

The Los Alamos Primer

I marts 1943 samles de første fysikere i byggerodet i Los Alamos, og de første uger af april giver Robert Serber fem introduktionsforelæsninger. I forelæsningerne opsummeres hovedproblemerne ved konstruktion af en praktisk anvendelig bombe, og den for hånden værende viden om fission - "state of the art". E.U. Condon omsætter forelæsningerne til et sæt notater, som uddeles til nyankomne fysikere. Disse noter fik det dobbelttydige navn "The Los Alamos Primer". I det følgende tages udgangspunkt i citater fra "Primeren". Disse uddrag er skrevet i kursiv. Når der anvendes amerikanske enheder er de dog ændret, da det ikke virker meningsforstyrende. I teksten nedenfor henvises i fodnoter til eksempler og opgaver, disse eksempler er samlet i et afsnit for sig.

Den energi, der direkte frigøres ved fission er ca. 170 Mev pr. atom. Det er mere end 10^7 gange så meget som den termiske energi, der frigøres ved almindelige forbrændingsprocesser. Eftersom en kerne af 25^4 vejer $3.88 \cdot 10^{-22}$ g svarer det til $7 \cdot 10^{10}$ J/g.

Den frigivne energi fra TNT er $4 \cdot 10^3$ J/g. Vi får derfor, at 1 kg 25 svarer til 20 000 tons TNT⁵.

I "Kernefysik Materialesamling" afsnittet "Fission" p.4 er beregningen af tallet 170 MeV vist.

Eftersom der er $5 \cdot 10^{25}$ kerner i 1 kg 25 tager det $n=80$ generationer ($2^{80} \approx 5 \cdot 10^{25}$) at fiske⁶ et helt kilo 25⁷. Nu ser Serber på, om de firs generationer kan eksistere, inden bomben har sprængt sig selv i luften.

⁴25 er kode for U-235. På samme måde bruges i det følgende: U-238: 28 og Pu-239: 49

⁵Opgave 1: "Uran og Trotyl".

⁶Fysikerne brugte kodeordet fish for fissionere, det ligger også bedre på tungen!

⁷Se opgave 2: "80 generationer".

Mens dette foregår, bevirker energifrigørelsen, at materialet bliver meget varmt. Herved udvikles et enormt tryk, der forårsager en eksplosion.

I en konstruktion af endelig størrelse går nogle neutroner tabt ved diffusion ud gennem overfladen. Der findes derfor en størrelse, hvor overfladetabet netop er stort nok til at standse kædereaktionen. Denne radius afhænger af massefylden. Efterhånden som som reaktionen forløber ekspanderer materialet og forøger den kritiske radius hurtigere, end den aktuelle radius forøges.

Det er altså et spørgsmål, om en tilstrækkelig stor del af materialet fisker, før processen er standset af ekspansionen.

Bemærk, at den energi, der frigives ved fission, er stor i forhold til elektronernes bindingsenergi i et atom. Hvis blot ½ % af energien frigøres, ioniseres materialet, og temperaturen stiger til i størrelsesordenen $40 \cdot 10^6$ K. Hvis 1 % af energien frigøres bliver middelhastigheden af kernepartiklernes af størrelsesordenen 10^8 cm/s. Nogle få centimeters ekspansion vil stoppe reaktionen, så hele reaktionen må foregå i løbet af cirka $5 \cdot 10^{-8}$ s, ellers vil stoffet være blæst langt nok væk til at stoppe den⁸.

Nu er hastigheden af en 1 MeV neutron omkring $1,4 \cdot 10^9$ cm/s og den frie middelvejlængde mellem to fissioner ca. 13 cm, så middeltiden mellem fissioner er omkring 10^{-8} s. Eftersom kun de sidste generationer vil frigøre nok energi til nogen videre ekspansion, er det lige netop muligt for reaktionen at foregå i et interessant omfang, inden det aktive materialet er spredt.

Fri Middelvejlængde for Neutroner

Absorptionsloven kan skrives på følgende form:

$$N = N_0 \cdot e^{-\mu x}$$

$$\mu = \frac{\ln(2)}{X_{1/2}}$$

Formlen udtrykker at antallet af partikler, der gennemtrænger en materialetykkelse på x, falder eksponentielt med tykkelsen. Absorptionskoefficienten er absorptions sandsynligheden pr. meter. Dette kan indsættes ved differentiation:

$$\frac{dN}{dx} = -\mu \cdot N$$

$$\updownarrow$$

$$P = \frac{|\Delta N|}{N} \approx \mu \cdot \Delta x$$

$$\updownarrow$$

$$\mu = \frac{P}{\Delta x}$$

⁸Talværdierne i dette afsnit kontrolleres/forklares i opgaven. "Vi har 50 ns, før bomben er væk".

I "Kernekemik Materialsamling" afsnittet om fission p.10 udledes formelen for reaktionsandsynligheden ved passage af en materialetykkelse, der her benævnes d . Vi tager formelen fra KM og kalder i stedet for materialetykkelsen for x , som vi gjorde i betragtningerne på forgående side:

$$P = n \cdot x \cdot \sigma$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{P}{x} = n \cdot \sigma$$

Kombineres dette resultat med formelen på forgående side fås:

$$n \cdot \sigma = \frac{\ln(2)}{x_{1/2}}$$

$$\Downarrow$$

$$x_{1/2} = \frac{\ln(2)}{n \cdot \sigma}$$

Vi kan hermed beregne, hvor langt en neutron skal bevæge sig i uran, for at fissionsandsynligheden er en halv⁹.

Langsomme neutroner kan ikke spille en rolle i eksplosionsprocessen, eftersom det tager i størrelsesordenen microsekunder at blive bremset ned i et brinholdigt materiale, og eksplosionen er overstået, inden de bliver bremset op.

Langsomme neutroner er ellers interessante i fissionsammenhæng, da deres fissionstværsnit i U-235 er ekstremt højt, og indfangningstværsnittet i U-238 samtidig lavt - jævnfør tabellen nedenfor. Hvis man derfor sænker neutronhastigheden i en moderator, kan man anvende en lavere berigningsgrad. I de fleste kernereaktorer kører man således med ca. 2 % U-235, mens bombemateriale skal beriges til mindst 25 %.

Kerne	Langsom	Langsom	Hurtig
	Fissionstværsnit - σ_f	Absorbtionstværsnit - σ_a	Fissionstværsnit - σ_f
	barn = 10^{-28} m^2	barn	barn
U-235	580	685	1,4
U-238	-	3	0,6
Pu-239	746	1061	2,0

⁹Se eksemplet: "Skøn over kritisk masse" på næste side.

Eksempel Skøn over kritisk masse

Tætheden af uranatomer n er :

$$n = \frac{\rho}{m_{\text{uran}}} = \frac{19,05 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{g}}}{238u \cdot 1,66054 \cdot 10^{-27} \frac{\text{kg}}{u}} = 4,82024 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$$

Vi kan nu beregne halveringstykkelsen for hurtige neutroner i de to uranisotoper:

$$x_{1/2}(U-238) = \frac{\ln(2)}{\sigma \cdot n} = \frac{\ln(2)}{0,6 \cdot 10^{-28} \text{ m}^2 \cdot 10^4 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}^2} \cdot 4,82024 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}} = 23,97 \text{ cm}$$

$$x_{1/2}(U-235) = 10,27 \text{ cm}$$

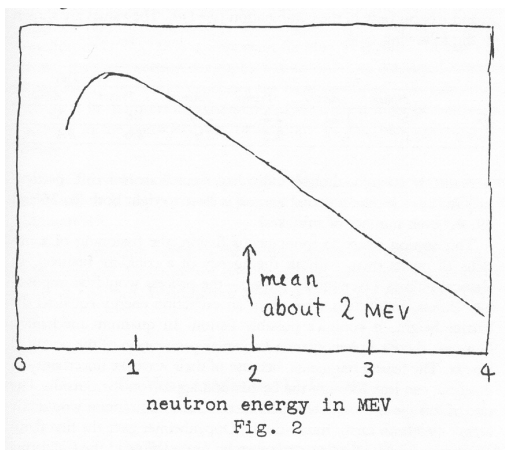
Massen af en kugle med en radius på en halveringslængde bliver:

$$m = \rho \cdot V = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot R^3 = \begin{cases} U-235: 86 \text{ kg} \\ U-238: 1,1 \cdot 10^3 \text{ kg} \end{cases}$$

Det kræver avanceret diffusionsteori at beregne en præcis værdi af den kritiske masse, men under alle omstændigheder viser ovenstående beregning, at resultater er meget følsomt overfor af fissionstværsnittet og antallet af udsendte neutroner pr. fission. Den kritiske masse er af samme størrelsesorden som den masse det er muligt at transportere med fly. Desuden har vi set at fissionsprocessen kun lige netop kan nå at forløbe, før bomben er væk. Det var derfor af allerstørste vigtighed hurtigt at få pålidelige værdier af de kritiske størrelser.

Fissionsneutroner

På Fig.2 ses energifordelingen af neutronerne, der frigøres ved fission. Middelenergien er omkring 2 MeV, men en betragtelig del har energier under 1 MeV og er derfor ikke i stand til at spalte 28.



Det gennemsnitlige antal neutroner produceret ved fission betegnes med ν . Det vides ikke, om ν har den samme værdi for fissionsprocesser i forskellige materialer, induceret af hurtige- eller langsomme neutroner eller opstået spontant.

Den bedste værdi for nærværende er $2.2 + 0.2$ selv om en værdi $\nu=3$ er rapporteret for spontan fission.

Almindeligt uran, der kun indeholder 1/140 af ^{235}U , er sikkert med hensyn til hurtig neutron kædereaktioner af to grunde:

- a) Kun 3/4 af af neutronerne udsendt ved fission har energier over tærskelværdien for ^{238}U .
- B) Kun 1/4 af disse neutroner undgår at blive bremsset ned under 1 MeV, ^{238}U tærskelværdien, før de bevirker en spaltning.

Så det effektive neutronmultiplikationstal i ^{238}U er:

$$k = 3/4 \times 1/4 \times 2,2 = 0,4$$

En værdi større end en er selvfølgelig en forudsætning for en kædereaktion. Der mangler således et bidrag på mindst 0,6 fra ^{235}U delen.

Reflektor

Hvis vi omgiver kernen af aktivt materiale med en skal af inaktivt materiale, vil skallen reflektere nogle neutroner, der ellers ville undslippe. Derfor vil en mindre mængde af det aktive materiale være tilstrækkelig til en eksplosion. Det omgivende materiale kaldes en reflektor (tamper).

Reflektormaterialet bidrager ikke kun til at forsinke neutronernes undvigelse, men det bidrager også med sin inertie til at forsinke ekspansionen af det aktive materiale. (forsinkelsen fra spændingskræfter fra indkapslingen er uden betydning i denne sammenhæng). Til reflektoren foretrækkes materiale med størst mulig massetæthed (Au, W, Re, U). Tilgængelig viden indikerer, at disse materialer har gode refleksionsegenskaber.

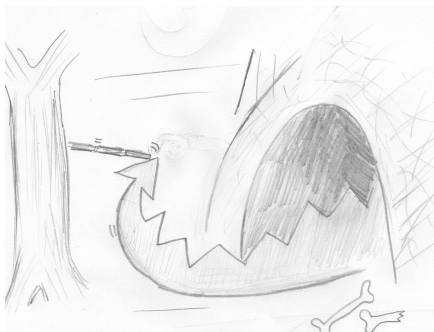
For en reflektor af naturligt uran giver de bedste forhåndenværende beregninger $R_c = 6$ cm og $M_c = 15$ kg af materialet ^{235}U , mens en Au reflektor giver $M_c = 22$ kg.

På grund af det større fissionstværsnit kan den kritiske masse af ^{239}Pu være mindre en ^{235}U massen med en faktor tre. Så for ^{239}Pu :

$$\begin{aligned} M_c &= 5 \text{ kg} && \text{for U reflektor} \\ M_c &= 7,5 \text{ kg} && \text{for Au reflektor} \end{aligned}$$

Disse værdier er endnu usikre, især for ^{239}Pu 's vedkommende. For at forbedre vores estimater, kræves bedre kendskab til bombematerialets- og reflektorens egenskaber: Neutron multiplikationsfaktor, tværsnit for elastisk og uelastisk stød, diverse eksperimenter med reflektormaterialer. I den sidste ende må den kritiske masse imidlertid bestemmes eksperimentelt, når materialerne bliver tilgængelige.

Eksperimenterne til bestemmelse af den kritiske masse fik hurtigt øgenavnet "Dragon experiments", efter en bemærkning af Richard Feynman: "This is like tickling the tail of a sleeping dragon".



Detonering

Før affyring må materialet deponeres, så nettomultiplikationsfaktoren er negativ. Affyringen består i at omrokere materialet, så v' bliver positiv¹⁰.

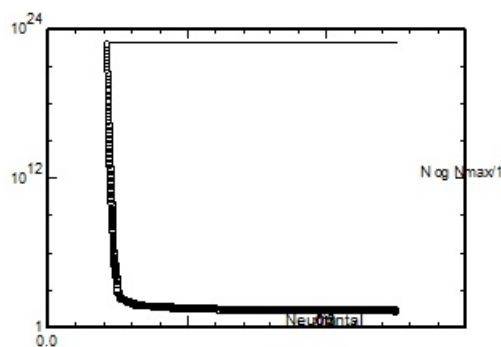
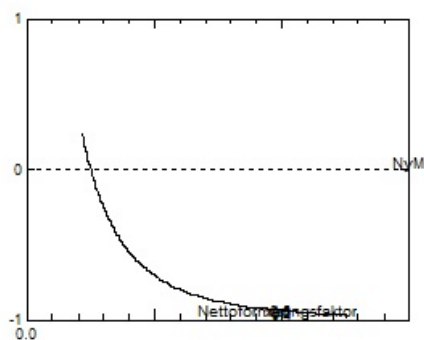
Problemet kompliceres af, at vi må operere med masser betydeligt større end den kritiske, for at få tilstrækkelig effektivitet.

For en given omrokering af materialet introducerer vi en variabel x , der varierer mellem 0 og 1, efterhånden som materialet omorganiseres.

Der vil altid være neutronkilder i materialet. Uanset geometri vil en anseelig mængde materiale skulle flyttes en afstand af størrelsesorden $R_c \approx 10$ cm. Antager vi at en hastigheden er 3000 ft/s kan opnås med en eller anden type kanon, vil det tage i størrelsesordenen 10^{-4} s at bringe delene sammen. Eftersom det hele er overstået i løbet af tiden: $t \approx 75 \tau/v' = 10^{-6}/v'$ sec., kan vi se, at med mindre v' er meget lille ($v' < 0,01$); så vil en eksplosion startet af en præmatur neutron være overstået, før delene har flyttet sig ret meget. Så hvis neutronmultiplikationen skulle starte, før delene når deres endelige position, får vi en eksplosion med en lav effektivitet svarende til den lave værdi af v' på eksplosionstidspunktet.

For at undgå prædetonation er det derfor nødvendigt, at holde neutronbaggrunden så lav som muligt, og at bringe materialet sammen så hurtigt som muligt.

Vi kan foretage en kvalitativ simulering af samføringsproblemet med FPRO programmet U235gun1.fpr. Nedenfor til venstre ses den variation af v' som programmet anvender. Til højre ses neutronantallets variation under affyringen.



Bemærk,

hvord

an neutronantallet vokser voldsomt, så snart v' bliver positiv. Det markerede konstante neutronantal svarer til en effektivitet på 10 %. Programmet stopper 50 ns efter, at 1 % af materialet er spaltet. Grafer som disse, men svarende til en virkelig bombegeometri, er velbevarede militære hemmeligheder. Derfor kan programmet kun tjene til illustration af principperne og ikke til beregning af effektiviteten el.

¹⁰ Multiplikationsfaktoren v , er det tal, som antallet af neutroner i en generation skal ganges med, for at få antallet af neutroner i næste generation. Nettomultiplikationsfaktoren $v' = v - 1$ er altså den relative tilvækst i neutronantallet.

Neutronbaggrund

Der er tre kendte neutronkilder, der giver den baggrund, der er årsag til faren for prædetonation.

(a) Kosmisk Stråling. Antallet af kosmiske neutroner er omkring 1 per cm² per minut, hvilket er alt for få til at have nogen betydning.

(b) Spontan fission. Den spontane fissions aktivitet er kun kendt for 28, der er ansvarlig for fissionsaktiviteten i naturligt uran. For nærværende har vi kun øvre grænser for 25 og 49. De kendte fakta er

28 giver 15 neutroner/ kg sec
 25 " <150 "
 49 " <500 "

Hvis 28 bruges som reflektor, vil denne veje omkring et ton, hvilket giver 15000 neutroner/sec. Naturligvis vil de ikke alle komme ind i det aktive materiale, men man må forvente en baggrund på adskillige tusinde neutroner per sec fra denne kilde.

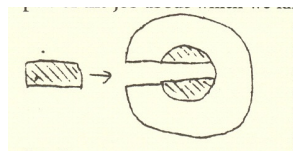
(c) Kernereaktioner. De eneste reaktioner af betydning er (α, n) reaktioner med lette kerner, der måtte optræde som urenheder. (γ, n)-reaktioner er uden praktisk betydning. Problemet er særligt højt i 49 på grund af den høje α -aktivitet. Eksperimentel undersøgelse af neutronbidraget fra lette kerner er påkrævet. Et groft gæt på en øvre grænse for urenhedskoncentrationer efter vægt, der giver 10⁴ neutroner/s er:

Li	2x10 ⁻⁵
Be	10 ⁻⁶
B	2x10 ⁻⁶
C	2x10 ⁻⁴
N	ikke mulig
O	2x10 ⁻³
F	2x10 ⁻⁵

Det er således tydeligt at fremstilling af tilstrækkelig rent 49 materiale er et ekstremt vanskeligt problem. Det synes sandsynligt, at neutronbaggrunden bliver høj, så høje affyringshastigheder er ønskelige.

I 28 er problemet lille. Alfabaggrunden stammer fra den lille andel af 24 - ca. 1/10000. Selv om alt 24 går med over sammen med 25 i berigningsprocessen, vil problemet blive ubetydeligt i forhold til 49 på grund af 24's lange halveringstid.

Samlet kan vi konkludere, at 49 vil blive ekstremt vanskeligt at arbejde med, hvad neutronbaggrund angår, men 25 uden U reflektor er uproblematisk.



Figur fra primeren - "Urangun".

Moderator

Betragt et centralt fuldstændigt elastisk stød mellem en neutron og en kerne. Idet P_{Hn} er impulsen af den indkomne hurtige neutron, P_K er kernens impuls efter stødet og P_{Mn} er impulsen af den modererede neutron, får vi fra impulsbevarelsessætningen:

$$P_{Hn} = P_K + P_{Mn}$$

$$\Downarrow$$

$$P_K = P_{Hn} - P_{Mn}$$

Da stød i dette energiområde er fuldstændigt elastiske, er den kinetiske energi bevaret:

$$\frac{P_{Hn}^2}{2m_n} = \frac{P_K^2}{2m_K} + \frac{P_{Mn}^2}{2m_n}$$

Multiplikation med $2m_K$ og indførelse af størrelsen $\gamma = m_K/m_n$ giver:

$$\gamma \cdot P_{Hn}^2 = \gamma \cdot P_{Mn}^2 + P_K^2$$

P_K elimineres ved hjælp af næstøverste ligning. Ligningen divideres igennem med P_{Hn}^2 og modereringsfaktoren $k = P_{Mn}/P_n$ indføres:

$$\gamma \cdot P_{Hn}^2 = P_{Hn}^2 + P_{Mn}^2 - 2 \cdot P_{Hn} \cdot P_{Mn} + \gamma \cdot P_{Mn}^2$$

$$\Downarrow$$

$$\gamma = 1 + k^2 - 2k + \gamma k^2$$

$$\Downarrow$$

$$k \in \left\{ \frac{1-\gamma}{1+\gamma}; 1 \right\}$$

Andengradsligningen i modereringsfaktoren har altså to løsninger: Den trivielle løsning $k=1$, der svarer til, at partiklerne ikke har vekselvirket og en værdi i intervallet $[-1;0]$. Værdien bliver negativ, fordi neutronens impuls skifter fortegn. Neutronen springer tilbage "som en gummibold" ved stød mod den tungere kerne, der ligger stille før stødet. I alt har vi altså:

$$k = \frac{1-\gamma}{1+\gamma}$$

hvor:

$$\gamma = \frac{m_K}{m_n} \dots \text{og} \dots k = \frac{P_{Mn}}{P_{Hn}}$$

$$\gamma \approx 1$$

Dette tilfælde svarer til, at neutronen støder mod en anden neutron eller mod en proton i f.eks. brint. Vi får $k=0$, så neutronen ligger helt stille efter stødet. Den situation genkender vi fra billard. Brint er således tilsyneladende den ideelle moderator. Desværre har brint et ret stort neutronindfangningstværsnit.

$$\gamma \approx 2$$

Deuterium er velegnet som moderator på grund af et lavt neutronindfangningstværsnit.

$$\gamma = 2$$

⇓

$$|k| = \frac{1}{3}$$

Hvis neutronen til start har en kinetisk energi på 1 MeV, og den skal modereres til en energi, der svarer til den termiske energi ved 300 K, der er i størrelsesordenen 10^{-2} eV, skal P^2 nedbringes med en faktor 10^8 og P altså nedbringes med en faktor 10^4 . Det nødvendige antal centrale stød med deuteriumkerner bliver så:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^n = 10^{-4}$$

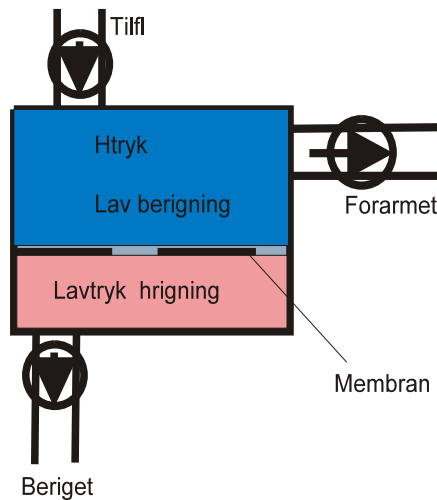
⇓

$$n = \frac{-4}{\log\left(\frac{1}{3}\right)} \approx 8$$

Gasdiffusion

Uranisotoperne kan separeres ved gasdiffusion, fordi den termiske middelhastighed af $(U-235)F_6$ er lidt højere end hastigheden af $(U-238)F_6$. Diffusionskammeret er delt i to dele af en porøs membran. Eftersom $(U-235)F_6$ bevæger sig hurtigere gennem membranen, foregår der en berigning ved gassens bevægelse fra højtryks- til lavtrykskammeret. Den opnåede berigning er imidlertid meget lille, så den berigede gas sendes videre til det næste kammer, mens den forarmede gas sendes tilbage i rækken af diffusionskamre.

Diffusionsanlægget i Oak Ridge bestod af 2892 diffusionskamre, der fyldte en firetages bygning på 42,6 acres¹¹.



FPRO-simulering af gasdiffusionskammer

FPRO Programmet GasDif er vedlagt som bilag. Programmet kan simulere kvalitative aspekter af gasdiffusion. Kvantitative beregninger kræver detailkendskab til blandt andet membranernes egenskaber, og det er klassificerede informationer. Betydningen af programmets mange konstanter og variable er forklaret i kommentarlinjerne i KLAR-delen. Nedenfor forklares fysikken bag beregningerne i LØKKE-delen.

Trykket på Høj- og lavtrykssiden beregnes ud fra idealgasligningen

$$P \cdot V = N \cdot k \cdot T$$

$$\Downarrow$$

$$\text{molekylætæthed} = \frac{N}{V} = \frac{P \cdot V}{k \cdot T}$$

Bemærk, at N er antallet molekyler (ikke antal mol el.) og nH hhv. nL er molekylætætheder.

¹¹ 1 Acre = 4047 m²

$$PL := (N_{235L} + N_{238L}) * k * T / V_{oLL}$$

$$PH := (N_{235H} + N_{238H}) * k * T / V_{oHH}$$

$$nL := PL / (k * T)$$

$$nH := PH / (k * T)$$

Gasstrømmen gennem membranen består af to bidrag. Et diffusionsbidrag, der er forskelligt for gassen indeholdende de to isotoper, og et driftbidrag - ens for de to isotoper og proportionalt med trykforskellen mellem kamrene. Driftstrømmen kan sammenlignes med almindelig vind, der blæser på grund af en trykforskel, og som ikke adskiller luftens indhold af nitrogen og oxygen, selv om de to gassers molekylemasser adskiller sig meget i forskel til de to uranholdige gasser. Den simpleste model for passagehastigheden er lineær:

$$V_{235} := q_{diff} * V_{T235} * ((nH - nL) / nH) + q_{drift} * (PH - PL)$$

$$V_{238} := q_{diff} * V_{T238} * ((nH - nL) / nH) + q_{drift} * (PH - PL)$$

q_{diff} og q_{drift} er konstanter, hvis relative størrelse afhænger af membranens beskaffenhed. Jo mere gennemtrængelig membranen er, jo større er forholdet q_{drift}/q_{diff} . V_{T235} er den termiske middelhastighed for $(U_{235})F_6$ molekylerne.

Der er tre bidrag til ændringen af stofmængden på højtrykssiden:

1. Indpumpningsbidraget: $SiH * nH_0 * bH * dt$

nH_0 er den konstante molekyltæthed i den indpumpede gas. Ganges dette tal med berigningsgraden bH , fås antallet af $(U_{235})F_6$ molekyler pr. kubikmeter i den indpumpede gas. Ganger vi nu med antallet af kubikmeter, der bliver pumpet ind pr. sekund - SiH og den forløbne tid dt , får vi det indpumpede antal $(U_{235})F_6$ molekyler i løbet af tidsrummet dt .

2. Membrantransportleddet: $V_{235} * A * nH * bH * dt$

*I løbet af tidsrummet dt flytter de molekyler, der befinder sig i en kasse med højde $V_{235} * dt$ og grundflade A sig gennem membranen. Volumnet $V_{235} * A * dt$ indeholder et antal $(U_{235})F_6$ molekyler på: $V_{235} * A * nH * bH * dt$.*

3. Udpumpningsleddet: $SuH * nH * bH * dt$

Dette led er analogt til indpumpningsleddet, men tætheden og berigningen er variabel. Gassen er blevet forarmet, så $bH < bH_0$. Tætheden nH afhænger af membranens gennemtrængelighed og pumpehastighederne.

I FPRO får programlinjerne, hvor molekyleantallene på de to sider fremskrives, følgende udseende:

$$N_{235H} := N_{235H} + SiH * nH_0 * bH_0 * dt - V_{235} * A * nH * bH * dt - SuH * nH * bH * dt$$

$$N238H := N238H + SiH * nH0 * (1 - bH0) * dt - V238 * A * nH * (1 - bH) * dt - SuH * nH * (1 - bH) * dt$$

$$N235L := N235L + V235 * A * nH * bH * dt - SuL * nL * bL * dt$$

$$N238L := N238L + V238 * A * nH * (1 - bH) * dt - SuL * nL * (1 - bL) * dt$$

Foruden berigningsgraderne er det interessant, at beregne, hvor mange kg uran der transporteres beriget videre pr. sekund:

$$MuH := SuH * nH * (235 * bH + 238 * (1 - bH)) * 1.66054E-27$$

Uranmassen beregnes som et vægtet gennemsnit til $(235 * bH + 238 * (1 - bH))$ u. På tilsvarende måde beregnes massetransporten af forarmet uran:

$$MuL := SuL * nL * (235 * bL + 238 * (1 - bL)) * 1.66054E-27$$

Opgaver

Opgave 1 Uran og Trotyl

I "The Primer" opgives den frigivne energi ved detonation af TNT til $3.6 \cdot 10^6$ J/kg.

- Beregn antallet af U-235 atomer i et kilo af stoffet.
- Hvor stor en energi frigives ved fission af 1 kg U-235?
- Hvor mange kilo TNT skal der til at frigive den samme energi?

Opgave 2 80 generationer

I denne beregning er der to regnefejl, der ophæver hinanden. Brug det korrekte antal kerner i 1 kg ^{252}Cf - dette tal er beregnet i opgave 1. Udregn også 2^{80} . Bliver det så 80 generationer?

Opgave 3 Vi har 50 ns, før bomben er væk.

Antag at den termiske energi i fordeles i overensstemmelse med ligefordelingsloven. Dermed får kernen og de 92 elektroner i urangassen hver en gennemsnitlig kinetisk energi på $3/2 k T$.

- Beregn temperaturen, når 0,5 % af kernerne er spaltet.
Sammenlign resultatet med tallet i primeren.
- Beregn hastigheden af en urankerne, der har en kinetisk energi svarende til 1% af energien, der frigøres ved fission. Sammenlign med primerens værdi.

Opgave 4 Reflektorinerti

I denne opgave regnes på den forsinkelse i bombens frakmentering, som reflektormassen forårsager.

- Beregn den tid, det tager at frigøre de sidste 99 % af energien. Beregn først antallet af generationer.
- Beregn den kinetiske energi af 1000 kg reflektormateriale, der flytter sig 10 cm i løbet af tidsrummet bestemt ovenfor.
- Vurder forsinkelseeffekten i forhold til de 50 ns, som vi regner med som fissionsperioden i en bombe uden reflektor.

Opgave 5 U235Gun

Diskuter, hvilke kritiske størrelser, det kunne være interessant, at variere i simuleringen.

Variér de kritiske størrelser, og skriv konklusionerne ned.

Opgave 6 Grafitmoderering

Hanford-reaktorerne, der producerede plutonium til Nagasaki-bomben, anvendte grafit dvs. kulstof som moderator; det samme var i øvrigt tilfældet med Tjernobyreaktoren.

Beregn modereringsfaktoren for grafit, samt det nødvendige antal centrale stød for moderering til termiske energier.

Opgave 7 Reflektor

For at reducere den kritiske masse omgives det spaltbare materiale i en bombe med et reflektormateriale typisk naturligt uran. Som bekendt er kædereaktionen baseret på hurtige neutroner, så neutronerne skal modereres mindst muligt ved denne proces.

En neutron med en kinetisk energi på 1 MeV støder mod en U-238 kerne.

Beregn neutronens kinetiske energi efter stødet.

Opgave 8 Relativ Berigning ved gasdiffusion

Aflæs den relative berigning, og beregn hvor mange diffusionstrin svarende til simuleringens, der skal til at øge berigningen med en faktor ti.

Opgave 9 Kontrolkørsel af GasDif.fpr

Sluk for lavtrykspumpen efter 50 s ved at tilføje følgende programlinje:

```
IF t>50 THEN SuL := 0
```

Argumenter for, at systemet reagerer, som vi kunne forvente.

Opgave 10 Membrangennemtrængelighed

Variér membranens gennemtrængelighed lineært i tiden ved, at tilføje følgende programlinje:

$$IF t > 50 THEN q_{drt0} := q_{drt0} - \frac{q_{drt0}}{500} \cdot (t - 50)$$

Kommenter resultatet.

Opgave 11 Udpumpning fra Højtrykssiden

Undersøg betydningen af udpumpningen fra højtrykssiden, ved at tilføje programlinjen:

$$IF t > 50 THEN SuH := SuH - \frac{SuH}{500} \cdot (t - 50)$$

Opgave 12 Høj berigning eller mange berigningstrin?

Undersøg sammenhængen mellem den producerede mængde beriget materiale og den relative berigning pr. trin.